Mathematik Vordiplom

Manuel Klimek

gehalten am 26.10.1999

Prüfer	Prof. Dr. Leha
Note	1.0

1 Ablauf

1.1 Analysis 1

Prof: Wollen wir mit Analysis oder Lin. Alg. anfangen?

Ich: Ist mir gleich.

Prof: Ok, fangen wir mit Analysis an. Also nehmen wir die Funktion

$$f(x) = e^{2\sin(x)}$$

Die ist ja nun recht kompliziert, kann man die auch einfacher darstellen?

Ich: Ja, mit der Taylorreihe

Prof: Schreiben sie die doch mal auf

Ich:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

Prof: Aber das ist ja jetzt nicht unbedingt einfacher ...

Ich: Wenn man die Summe nur bis n laufen läßt, dann ist es einfacher und man hat eine Restabschätzung.

Prof: Und was ist das dann?

Ich: Ein Polynom.

Prof: Aber was ist das speziell?

Ich: *Denk* Achso, eine Potenzreihe.

Prof: Genau, also approximiert man die Funktion durch eine Funktionenfolge, wie sieht das denn da mit der Stetigkeit aus?

Ich: Also, es gibt die gleichmäßige und die punktweise Stetigkeit.

Prof: Und hier bei Taylorreihen im Allgemeinen?

Ich: Punktweise, da Taylerpolynome im Unendlichen gegen $\pm\infty$ gehen.

Prof: Genau, und speziell hier? (obige Funktion) Ist die beschränkt?

Ich: Ja, wohl beschränkt.

Prof: Und welche Werte nimmt sie an?

Ich: e^{-2} bis e^2.

Prof: So, die Taylorreihe konvergiert ja nur punktweise, aber geht das auch gleichmäßig?

Ich: Ja, auf einem kompakten Intervall.

Prof: Ja, aber wo? (hin und her, helf helf...)

Ich: Im Konvergenzkreis.

1.2 Analysis 2

Prof: Ok, nehmen wir die Funktion

$$f(x, y) = \cos(xy)$$

Wann ist die jetzt diffbar?

Ich: Wenn die partiellen Ableitungen existieren.

Prof: Da gibt es ja die totale diffbarkeit. Wann ist die jetzt total diffbar?

Ich: Wenn sie partiell diffbar ist.

Prof: Passen sie auf, was muss da sein?

Ich: Sie muss stetig partiell diffbar sein.

Prof: Richtig, also schreiben sie mal die Definition für totale Diffbarkeit.

Ich: Es muss eine Matrix A geben, so dass

$$f(x+t) = f(x) + At + \varphi(t)$$

mit

$$\lim_{t \to 0} \frac{\varphi(t)}{\parallel t \parallel} = 0$$

Prof: Ok, diese Matrix A, was ist das bei unserer Funktion?

Ich: Die Jacobi-Matrix.

Prof: Und bei uns, speziell $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$?

Ich: Der Gradient.

Prof: Wie berechnen sie den hier im Punkt $(0,0)$?

Ich:

$$grad\ f(x) = (-\sin(xy), -\sin(xy))$$

Prof: Fehlt da nicht noch etwas?

Ich:

$$grad\ f(x) = (-\sin(xy)y, -\sin(xy)x)$$

Prof: Und im Nullpunkt?

Ich: Das ist er $(0,0)$.

Prof: (Zeit nachguck, mit Beisitzer diskutier)...Schreiben Sie doch mal den Kreis um den Nullpunkt als Gleichung hin.

Ich:

$$x^2 + y^2 = z$$

Prof: Manchmal will man ja eine Funktion auflösen und was gibt es da dann?

Ich: Implizite Funktionen

Prof: Beschreiben sie das mal.

Ich: Also, man braucht eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Gilt dann $f(x, g(x)) = 0$, so ist $g(x)$ implizite Funktion.

Prof: Und was muss da nach dem Satz über implizite Funktionen noch gelten? Wenn man das ableitet, was kommt dann heraus, leiten sie mal ab…

Ich: Dazu hab ich nix mehr zu sagen gewusst. Er wollte hören, dass die Ableitung ungleich Null sein muss… Keine Ahnung, wo genau (Zum Schreibzeitunkt befinde ich mich in einer tiefen Verdrängungsphase :)

1.3 Lineare Algebra

Prof: Also, folgende Funktion: Sei $V = \mathbb{P}_m(\mathbb{R})$ (die Menge aller reellwertigen Polynome vom Grad kleiner gleich m) und $F : V \to \mathbb{R}$ definiert als $F(f) = f''(0)$. Was ist das dann?

Ich: Eine Linearform.

Prof: Und die Menge $\{v \in V : f''(0) = 1\}$?

Ich: *denk* *rumtu*

Prof: Was ist denn $Ax = b$ allgemein

Ich: Ein affiner Unterraum…

Prof: Und hier?

Ich: *Lichtaufgeh* Klar, auch ein affiner Unterraum.

Prof: Wie bestimmen sie denn die Matrixdarstellung von F

Ich: Ich brauche eine Basis $v_1, \ldots, v_n$ und danach bilde ich $(F(v_1), \ldots, F(v_n))$.

Prof: genau, und warum kann man das einfach so hinschreiben?

Ich: weil F nach $\mathbb{R}$ geht und ich die kanonische Basis 1 benutze.

Prof: *Uhr guck* Was ist denn jetzt die Menge aller Linearformen?

Ich: Der Dualraum.

Prof: Und wie krieg ich eine Basis zu dem Dualraum?

Ich: Also, da brauch ich erst mal eine Funktion φ, also die Matrixdarstellung der Linearformen und entsprechend φ^{-1}, die mir zu einer Matrix die Funktion liefert, dann …

Prof: Ok ok, *grins*, Was wäre denn eine Basis für den $\mathbb{P}_m(\mathbb{R})$?

Ich: $(1, x, x^2, x^3)$

Prof: Können sie mir hier denn die Dualbasis hinschreiben?

Ich: *will anfangen*

Prof: Nein, das ist ja etwas schwer, kennen sie noch eine andere Basis von $\mathbb{P}_m(\mathbb{R})$? So dass die Dualbasis leichter wird?

Ich: Nein, aber ich kenne die Dualbasis zum obigen Beispiel...

Prof: Naja, schreiben sie mal hin

Ich:

$$\left(\frac{\varepsilon_0 f^{(k)}(x)}{k!}\right)$$

Prof: Ja, aber was ist nun mit der einfacheren Darstellung

Ich: Keine Ahnung

Prof: Na, das muss man ja nicht wissen...

2 Zusammenfassung

Leha prüft sehr freundlich und angenehm. Wichtig scheint mir ein souveränes Auftreten. Das ist dann auch schon oft der halbe Preis. Einige Male hat er mich einfach unterbrochen nachdem ich sehr überzeugend angefangen habe, mein Wissen auszupacken. Ausserdem hat er bei allem, was ich nicht genau konnte, nur gemeint: “Aber das muss man ja nicht wissen.” Ich habe bestimmt einige Fragen nicht mehr richtig oder nur teilweise im Gedächtnis behalten. Ich übernehme für Folgen aus Fehlern keine Haftung :)